

TI-84 im Mathematikunterricht

Stand: 2009-04-04

Graphen einer Funktionsgleichung zeichnen:

Y=	Funktionsgleichung eingeben schwarzes Feld unter = bedeutet, dass die Gleichung zum Zeichnen aktiviert ist
GRAPH	Graphen aller aktivierten Gleichungen werden gezeichnet
WINDOW	Festlegen des Zeichenbereichs
ZOOM	1:ZBox mit den Cursortasten werden die obere linke und die untere rechte Ecke eines Bereichs festgelegt, dessen Inhalt gezoomt werden soll
	2:Zoom In Hineinzoomen in das Bild; Cursor gibt Mitte an
	3:Zoom Out Hinauszoomen aus dem Bild; Cursor gibt Mitte an
	6:ZStandard stellt das Standard-Fenster wieder her: (0/0) im Zentrum

Nullstellen eines Graphen finden:

2nd CALC 2:zero findet die Nullstelle eines Graphen; angegeben werden müssen die linke und die rechte Grenze sowie ein Näherungswert.

Extrema eines Graphen finden

2nd CALC 3:minimum findet das Minimum eines Graphen in einem Bereich; angegeben werden müssen die linke und die rechte Grenze des Bereichs sowie ein Näherungswert.

2nd CALC 4:maximum findet das Maximum eines Graphen in einem Bereich; angegeben werden müssen die linke und die rechte Grenze des Bereichs sowie ein Näherungswert.

Wendepunkte eines Graphen finden

Wendepunkte einer Funktion sind an den Stellen vorhanden, an denen die 1. Ableitung der Funktion ein Extremum besitzt oder an denen die 2. Ableitung der Funktion eine Nullstelle besitzt. Man lässt im Menü Y= die Ableitung(en) berechnen und untersucht diese dann auf Extrema bzw. Nullstellen.

Beispiel für die Gleichungen im Menü Y= :

\Y1=X^3+2*X^2-4*X+2

\Y2=nDeriv(Y1(X),X,X)

\Y3=nDeriv(Y2(X),X,X)

nDeriv findet man im Menü MATH / MATH / 8:nDeriv(

Y1(findet man unter VARS / Y-VARS / 1:Function... / 1:Y1

Lösen eines Gleichungssystems, gezeigt an einem Beispiel

$$\begin{aligned}5x + 3y - 4z &= 8 \\7x - 2y + 9z &= 3 \\-2x + y - 7z &= 6\end{aligned}$$

Gleichungssystem als Matrix schreiben: $\begin{pmatrix} 5 & 3 & -4 & 8 \\ 7 & -2 & 9 & 3 \\ -2 & 1 & -7 & 6 \end{pmatrix}$

Matrix in den Taschenrechner eingeben:

2nd MATRIX EDIT 1: [A] (oder andere Matrix auswählen)

Im folgenden Bildschirm hinter MATRIX[A] erst die Anzahl der Reihen, dann die der Spalten eingeben (jeweils mit ENTER bestätigen), dann die einzelnen Matrixelemente eingeben. Der Bildschirm sieht nach der Eingabe etwa so aus:

```
MATRIX[A]  3  x 4
[  5  3  -4  8  ]
[  7 -2  9  3  ]
[ -2  1 -7  6  ]

3, 4=6
```

In der unteren Zeile wird hier der Wert in der 3. Zeile und der 4. Spalte angezeigt.

Nun mit 2nd QUIT in den Hauptbildschirm wechseln.

```
2nd MATRIX MATH B:rref( auswählen
2nd MATRIX NAMES 1:[A] auswählen
) ENTER ergänzen
```

liefert die Ausführung des Befehls `rref([A])`

Angezeigt wird nun die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1,933962264 \\ 0 & 1 & 0 & -3,009433962 \\ 0 & 0 & 1 & -1,839622642 \end{pmatrix}$

Oben auf der Seite wurde ein Gleichungssystem in eine Matrix umgeformt. Auf umgekehrtem Weg entsteht nun aus der Matrix das vereinfachte Gleichungssystem

$$\begin{aligned}1x + 0y + 0z &= 1,933962264 \\0x + 1y + 0z &= -3,009433962 \\0x + 0y + 1z &= -1,839622642\end{aligned}$$

oder vereinfacht und näherungsweise $x=1,9$; $y=-3,0$; $z=-1,8$

Gleichung lösen

Mit dem Befehl `Solver...` lassen sich beliebige Gleichungen näherungsweise lösen:

MATH 0:Solver...

wählen.

Es erscheint entweder ein Bildschirm mit einem ähnlichen Inhalt wie

EQUATION SOLVER eqn: $0=x^2-5*x-2$	oder	$x^2-5*x-2=0$ X=2.00000000 bound={-1E99, 1E99}
---------------------------------------	------	--

Mit Pfeil-oben oder Pfeil-unten kann zwischen den Bildschirmen gewechselt werden.

Im linken Bildschirm kann hinter $0=$ ein beliebiger Term eingegeben werden, dessen Nullstelle berechnet werden soll. Man kann auch über das Menü

VARs Y-VARS 1:Function...

eine Funktion aus dem Y= - Menü auswählen, z.B. Y1 .

Im rechten Bildschirm werden unter der Gleichung alle Variablen angegeben.

Diese müssen mit einem Wert vorbelegt werden, der günstig nahe dem vermuteten Wert der Nullstelle gewählt werden sollte (die Berechnung wird dann schneller ausgeführt).

Dann beginnt mit der Tastenfolge

ALPHA SOLVE (Enter-Taste)

die iterative Berechnung der Nullstelle.

Sind mehrere Nullstellen vorhanden, müssen zur Berechnung der weiteren Nullstellen andere Variablenwerte vorgewählt werden.

Damit die Berechnung schneller abläuft, kann mit den Werten bei `bound={...}` der Bereich eingeschränkt werden, in dem nach einer Lösung gesucht wird.

Integrale berechnen

Der TI-84 bietet zwei Möglichkeiten zur Berechnung von Integralen:

1. mit dem Math-Menü

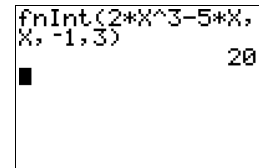
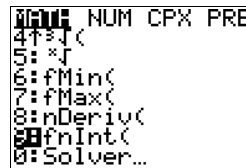
MATH 9:fnInt(

auf dem Rechen-Bildschirm wird dann hinter fnInt((zuerst die zu integrierende Funktionsgleichung geschrieben, dann Komma, dann die Variable (meistens wohl x), dann Komma, dann untere Grenze des Integrals, dann Komma, dann obere Grenze des Integrals und dann)

Beispiele:

fnInt(2*x^3-5*x,x,-1,3)

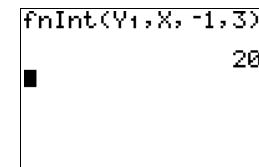
als Ergebnis wird dann 20 ausgegeben.



Wird die Funktionsgleichung unter y= z. B. als Y1 eingegeben, so kann man auch schreiben:

fnInt(Y1,x,-1,3)

Y1 wird über VARS > Y-VARS > 1:Function... > 1:Y1 erreicht.

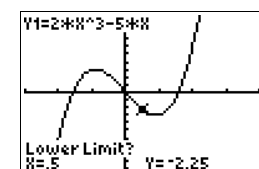
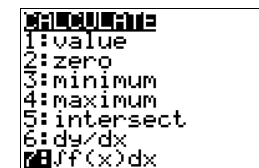


2. mit dem Calc-Menü

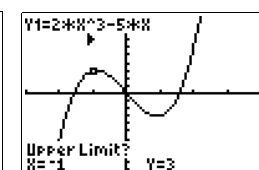
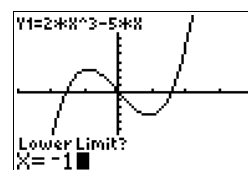
Zuerst wird über Y= die Funktionsgleichung eingegeben.

2nd CALC 7:∫f(x) dx

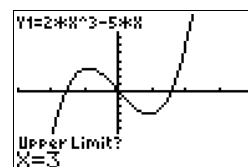
bringt uns zu diesem Bildschirm:



Die untere Grenze kann man entweder durch Anfahren der Stelle mit dem Cursor oder durch Eingeben einer Zahl festlegen:



Ebenso legt man die obere Grenze fest und erhält dann das Ergebnis:



Achtung: Es wird mit orientierten Flächeninhalten gerechnet, d. h. die Flächenteile unter der x-Achse gehen als negative Zahlen in die Rechnung ein! 20 ist also das Ergebnis für das Integral von -1 bis 3, der wahre Flächeninhalt ist 26,25.

Lineare Regression

Die Messwerte eines Versuchs werden in den Listen L1 und L2 gespeichert. Hier wird das Beispiel einer h-Bestimmung aus dem Physikunterricht der Klassenstufe 13 verwendet:

Mit STAT > EDIT gelangt man zur Eingabemaske für die Listen:

L1	L2	L3	1
---	.235	---	---
5.08	.365	---	---
5.38	.45	---	---
6.25	.9	---	---
---	---	---	---
L1(1)=4.72			

Vom leeren allgemein Arbeitsbildschirm aus ruft man mit STAT > CALC > 4:LinReg(ax+b) die lineare Regression auf.

Hinter der Anzeige LinReg(ax+b) müssen nun noch die betroffenen Listen angegeben werden.

Man erhält die Angaben für L1 und L2 mit 2ND 1 und 2ND 2 und Y1 mit VARS > Y-VARS > FUNCTION > Y1

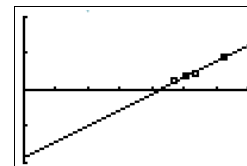
```
LinReg(ax+b) L1,
L2,Y1
```

Mit ENTER schließt man diesen Befehl ab und erhält die Ausgabe

```
LinReg
y=ax+b
a=.4399062408
b=-1.867098154
r2=.9894265904
r=.9946992462
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
Off Off
Type: [ ] [ ] [ ]
Xlist:L1
Ylist:L2
Mark: [ ] + .
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=7
Xscl=1
Ymin=-2
Ymax=2
Yscl=1
Xres=3
```



STAT PLOT

WINDOW

GRAPH

Zum Anzeigen des Regressionskoeffizienten: CATALOG > DiagnosticOn

Bernoulli-Verteilung

Mit der Formel $p(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ berechnet man die Wahrscheinlichkeit, dass man bei n aufeinander folgenden Ziehungen k mal Erfolg hat. Das gilt bei Zufallsversuchen, bei denen es nur 2 mögliche Ausgänge des Versuchs gibt (z. B. „Erfolg“ und „nicht Erfolg“).

Die Wahrscheinlichkeit für „Erfolg“ beträgt p und für „nicht Erfolg“ q. Dabei gilt $q = 1 - p$.

Mit dem TI-84 kann man die Wahrscheinlichkeiten durch Eingabe des gesamten Terms oder durch eine speziell implementierte Funktion eingeben.

Statt des Binoms (1. Faktor) kann man dabei wegen $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ auch den Bruch unter Verwendung der Fakultätsfunktion benutzen.

Definition der Fakultät: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ mit $0! = 1$ und $1! = 1$

Auf dem Rechner: Nach Eingabe von n Taste MATH drücken und dann unter PRB das Ausrufungszeichen 4 : ! wählen.

```
MATH NUM CPX PRB
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(
```

$\binom{n}{k}$ kann aber auch direkt eingegeben werden:

Nach Eingabe von n Taste MATH drücken und dann unter PRB 3:nCr wählen.
Danach k eingeben.

```
MATH NUM CPX PRB
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(
```

Man kann aber auch den gesamten Term so erzeugen:

2nd DISTR > A:binompdf(wählen

```
0:bin DRAW
6:tcdf(
7:X²Pdf(
8:X²cdf(
9:FPdf(
0:Fcdf(
1:binompdf(
2:binomcdf(
```

```
binompdf(27,1/6,
13)
1.196E-4
```

dann der Reihe nach n, p und k eingeben, jeweils durch Komma getrennt und mit) abschließen.

Beispiel für n = 27 , p = 1/6 , k = 13 nebenstehend.

Möchte man die Wahrscheinlichkeiten für mehrere k-Werte berechnen, kann man statt des k-Wertes auch eine Menge, z. B. {5, 8, 9} eingeben.

```
binompdf(27,1/6,
(5,8,9)
(.188 .041 .017)
```

Ist man an den Wahrscheinlichkeiten aller k interessiert, lässt man den k-Wert einfach weg.

Mit den Cursortasten (links, rechts) kann man in dem Ergebnis hin- und herwandern.

```
binompdf(27,1/6)
(.007 .039 .102...
```

Eine graphische Ausgabe erfolgt so:

2nd LIST > OPS > 5:seq(wählen

```
NAMES OPS MATH
1:SortA(
2:SortD(
3:dim(
4:Fill(
5:seq(
6:cumSum(
7:↓List(
```

```
seq(X,X,0,27)→L1
(0.000 1.000 2...
```

dann X, X, 0, 27) eingeben, wobei statt 0 und 27 der kleinste und der größte k-Wert angegeben wird.

Anschließend STO > 2nd L1 eingeben, um das Ergebnis in Liste 1 zu speichern.

In Liste 2 werden die Wahrscheinlichkeiten gespeichert mit binompdf(, dann n und p eingeben, dann STO > 2nd L2

```
binompdf(27,1/6)
→L2
(.007 .039 .102...
```

Unter 2nd Stat Plot den Plot 1 einschalten und die Anzeige auf Säulendiagramm stellen.

Unter Xlist L1 und unter Freq L2 eintragen.

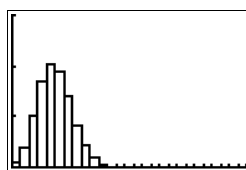
Dann noch unter WINDOW die Werte geeignet wählen und unter GRAPH erscheint das gewünschte Säulendiagramm.

L1	L2	L3	1
0.000	.007		
1.000	.039		
2.000	.102		
3.000	.170		
4.000	.204		
5.000	.188		
6.000	.138		

L1()=0

```
Plot2 Plot3
On Off
Type:
Xlist:L1
Freq:L2
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=27
Xscl=1
Ymin=0
Ymax=.3
Yscl=.1
Xres=
```



Wenn man mehrere Wahrscheinlichkeiten von k=0 bis k=a berechnen will, kann man auch die Summen-Funktion binomcdf(n, p, a) wählen.

Zufallszahlen

Einzelne Zufallszahlen aus dem Intervall $[0,1[$ erhält man mit dem `rand`-Befehl unter `MATH`.

Zur Wiederholung des Befehls nur die `ENTER`-Taste drücken.

```

MATH NUM CPX [2][3][3]
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(
    
```

```

rand
.8939120302
.346534396
.627450861
.8438226243
.54695166200
.1893466899
    
```

Ganze Zahlen aus dem Intervall $[a,b]$ erhält man mit dem `randInt`-Befehl unter `MATH`.

Zur Wiederholung des Befehls nur die `ENTER`-Taste drücken.

```

MATH NUM CPX [2][3][3]
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(
    
```

```

randInt(3,14)
1004
1103
11
64
    
```

Mit dem `randBin`-Befehl erhält man Informationen über die Ausgänge mehrerer Bernoulli-Versuche.

Mit `n` als Länge der Bernoulli-Kette (=Anzahl der Schritte im Baumdiagramm), der Wahrscheinlichkeit `p` für „Erfolg“ und `a` für die Anzahl der Bernoulli-Versuche wird mit

`randBin(n, p, a)` eine Liste von `a` Zahlen ausgegeben, die angibt, wie oft bei jedem der Versuche „Erfolg“ eingetreten ist.

```

MATH NUM CPX [2][3][3]
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(
    
```

```

randBin(12,1/3,7)
(5 6 3 5 5 3 4)
    
```

Erwartungswert $E(x)$ oder μ

Während bei Bernoulliversuchen der Erwartungswert sehr einfach durch $E(X)=n \cdot p$ errechnet wird, ist die Berechnung bei anderen Versuchen aufwändiger: Die `k`-Werte der Zufallsvariablen `X` müssen mit den Wahrscheinlichkeiten $p(X=k)$ multipliziert werden und das Ergebnis dieser Produkte müssen addiert werden. Mit dem TI-84+ lässt sich die Berechnung vereinfachen:

1. In die Liste `L1` werden die `k`-Werte geschrieben.
2. Die Liste `L2` enthält die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.
3. In der Liste `L3` werden mit der Formel `L3=L1*L2` (in der Kopfspalte bei `L3` eingeben) die Produkte berechnet.
4. In einem beliebigen Feld, z.B. in `L3(4)` oder in der allgemeinen Ansicht, wird mit `sum(L3)` der Erwartungswert ermittelt. `sum` findet man im `LIST` Menü unter `MATH`.

Beispiel:

L1	L2	L3	3
20	.125		----
▼	.375		
▼	.625		
▼			
L3=L1*L2			

```

names OPS [2][3][3]
1:min(
2:max(
3:mean(
4:median(
5:sum(
6:Prod(
7:stdDev(
    
```

L1	L2	L3	3
20	.125	2.5	
▼	.375	7.5	
▼	.625	12.5	
▼			
L3(4)=sum(L3)			

L1	L2	L3	3
20	.125	2.5	
▼	.375	7.5	
▼	.625	12.5	
▼			
L3(5)=			

Alternativ kann man den Erwartungswert auch mit der Funktion `mean` unter `LIST` berechnen:

Beispiel:

L1	L2	L3	3
20	.125		----
▼	.375		
▼	.625		
▼			
L3(1)=			

```

names OPS [2][3][3]
1:min(
2:max(
3:mean(
4:median(
5:sum(
6:Prod(
7:stdDev(
    
```

```

mean(L1,L2)
9.125
    
```

Liste 1 enthält die `k`-Werte und Liste 2 die Wahrscheinlichkeiten für die jeweiligen `k`-Werte.

Varianz V und Standardabweichung σ

Da die Varianz als $V(X) = \sum((k-\mu)^2 \cdot p(X=k))$ definiert ist, rechnet man zuerst wie oben den Erwartungswert aus und trägt dann in der Kopfzeile von L4 ein:

$$(L1 - \text{sum}(L3)) \wedge 2 * L2$$

Die Summe wird mit $\text{sum}(L4)$ berechnet und die Standardabweichung $\sqrt{\text{sum}(L4)}$.

L2	L3	L4
.125	2.5	
.25	2.25	
.625	4.375	

L4 = (L1 - sum(L3)) ^ 2 * L2		

L2	L3	L4
.125	2.5	
.25	2.25	
.625	4.375	

L4 = ...m(L3) ^ 2 * L2		

L2	L3	L4
.125	2.5	14.783
.25	2.25	.00391
.625	4.375	2.8223

L4 =		

sum(L4)	17.609375
$\sqrt{\text{sum}(L4)}$	4.196352583

Stehen ist L1 die k-Werte und in L2 die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten (d.h. die Summe aller Werte in L2 muss 1 ergeben) so kann man sich auf einen Blick den Erwartungswert und die Standardabweichung ausgeben lassen:

Im STAT-Menü unter CALC den Punkt 1:1-VAR STATS wählen:

EDIT	TESTS
1:1-Var Stats	1-Var Stats
2:2-Var Stats	$\bar{x} = 9.125$
3:Med-Med	$\Sigma x = 9.125$
4:LinReg(ax+b)	$\Sigma x^2 = 100.875$
5:QuadReg	$\Sigma x =$
6:CubicReg	$\sigma x = 4.196352583$
7:QuartReg	$\downarrow n = 1$

Der Erwartungswert ist dann unter Σx zu finden, die Standardabweichung unter σx .